

*XV. Ulusal Mekanik Kongresi, 03-07 Eylül 2007, ISPARTA*

## **ANLIK BASINÇ YÜKÜ ALTINDAKİ BASİT MESNETLİ PLAKLARIN DİNAMİK DAVRANIŞININ DİFERANSİYEL KARELEME YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ**

Murat Tuna ve Halit S. Türkmen

İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, 34469 Maslak, İstanbul, Türkiye  
e-mail : [halit@itu.edu.tr](mailto:halit@itu.edu.tr) e-mail : [tunam@itu.edu.tr](mailto:tunam@itu.edu.tr)

### **ÖZET**

Plak ve kabuk yapılar üstünde anlık basınç yükü etkisinin, söz konusu yapıların tasarımı sürecinde önemli bir yeri vardır. Anlık basınç yükünün yapılar üstündeki etkilerini gözlemlemek amacıyla yapılan deneyler zor ve maliyetlidir. Bu nedenle, bu tür yükler altındaki yapıların dinamik davranışını incelemek için sayısal çalışmalar yapılmaktadır. Bununla birlikte, problemin zamana bağlı olması çözüm zamanını artırmakta ve yeni sayısal yöntemlerin araştırılmasını gerektirmektedir. Diferansiyel kareleme yöntemi (Differential quadrature method) lineer ve lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin çözümü için önerilmiş sayısal bir çözüm tekniğidir. Yöntem bugüne kadar birçok mühendislik problemine başarıyla uygulanmış ve özellikle yapısal analiz konusunda geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Yöntemin işlem yükünü azaltarak yüksek hassasiyette çözümler üretebilme yeteneği uygulanma alanlarını genişletmektedir. Bu makalede diferansiyel kareleme yöntemi ile anlık basınç yüküne maruz izotropik ve katmanlı kompozit dört kenarından basit mesnetli olarak tutturulmuş plakların dinamik davranışı incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar yine bu çalışmada elde edilen teorik ve sonlu elemanlar sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: Anlık Basınç Yükü, Diferansiyel Kareleme Yöntemi, Geçişli Analiz, Katmanlı Kompozit Plaklar, Basit Mesnetli Plak.

### **ABSTRACT**

The effect of blast load on the plate and shell structures has an important role on design decision. Blast load experiments are usually difficult and expensive. Therefore, numerical studies have been done on the response of blast loaded structures. However, because of time dependency of the nature of the problem, numerical solutions take long time and need heavy computational effort. The differential quadrature method (DQM) is a numerical solution technique for the rapid solution of linear and non-linear partial differential equations. It has been successfully applied to

many engineering problems. The method has especially found application widely in structural analysis such as static and free vibration analysis of beams and plates. The capability of the method to produce highly accurate solutions with minimal computational efforts makes it of current interest. In this paper, the dynamic behavior of simply supported isotropic and laminated composite plates under air blast load has been investigated using the differential quadrature method. The results are compared to the theoretical and finite element results obtained in this study.

**Keywords :** Blast Loading, Differential Quadrature Method, Transient Analysis, Laminated Composite Plates, Simply Supported Plate.

## 1.GİRİŞ

Plakların anlık basınç yükü etkisi altındaki davranışları daha önceki çalışmalarda geniş bir şekilde incelenmiştir. Bu çalışmalardan birisinde ankastre plaklar için teorik çözüm ile deneysel sonuçlar karşılaştırılmıştır [1]. Sözü edilen çalışmada plakların zamana bağlı davranışı sonlu elemanlar yöntemi ile de incelenmiştir. Bu çalışmada ise anlık basınç yükü altındaki dört kenarından basit mesnetli izotropik ve kompozit kare plakların dinamik davranışı diferansiyel kareleme yöntemi ile incelenmiştir. Ayrıca problem kapalı formda seri çözümleri yapılarak ve sonlu elemanlar yöntemleri ile de incelenerek elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Diferansiyel kareleme yöntemi (DKY) 1970'lerde Bellman ve arkadaşları [2,3] tarafından lineer ve lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin hızlı ve doğru çözümü için önerilmiş bir sayısal çözüm tekniğidir. Yöntem önerildiği yıllardan itibaren birçok fiziksel probleme başarıyla uygulanmıştır. Örneğin Civan ve Sliepcevich yöntemi taşınım süreçleri ve çok-boyutlu problemlere [4, 5], Mingle ise lineer olmayan difüzyon problemine [6] uygulamıştır. DKY yapısal mekanik alanında ilk olarak Bert ve arkadaşları tarafından uygulanmıştır [7]. Bu çalışmada Bert ve arkadaşları, DKY yi dördüncü dereceden kısmi diferansiyel denklem içeren bir yapısal probleme uygulamıştır. Bu çalışmadan sonra yapısal elemanların statik ve titreşim analizi gibi çeşitli problemler DKY ile başarıyla çözülmüştür [8-12].

Bu çalışmada dört kenarından basit mesnetli olarak tutturulmuş, izotropik ve katmanlı kompozit plakların serbest titreşim frekansları ve orta noktasının çökmeleri diferansiyel kareleme yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar analitik çözümlerle ve sayısal sonuçlarla karşılaştırılarak Fortran'da yazılan programın doğruluğu kanıtlanmıştır. İzotropik ve katmanlı kompozit plakların geçişli cevabı diferansiyel kareleme ve sonlu elemanlar yöntemleri ile elde edilmiş ve daha sonra yine bu çalışmada elde edilen teorik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

## 2.HAREKET DENKLEMİNİN DİFERANSİYEL KARELEME YÖNTEMİ İLE AYRIKLAŞTIRILMASI

Ortotropik, dikdörtgen ve ince kompozit plakların zorlanmış eğilme titreşimini tanımlayan denklem,

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^3 \partial y} + (2D_{12} + 4D_{66}) \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ 4D_{26} \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4} + \bar{m} \ddot{w}(x, y, t) = p(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $D_{ij}$  plağın eğilme katılık matrisinin terimlerini,  $w$  z yönündeki yer değiştirmeyi,  $t$  zamanı,  $\bar{m}$  plağın birim alanının kütesini,  $p$  basıncı göstermektedir. Denklem (1) boyutsuz olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 4\lambda^4 \frac{D_{16}}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial X^3 \partial Y} + \lambda^2 \frac{(2D_{12} + 4D_{66})}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial Y^2} + 4\lambda^3 \frac{D_{26}}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial X \partial Y^3} + \lambda^4 \frac{D_{22}}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial Y^4} + \frac{a^4}{D_{11}} \bar{m} \ddot{W} = \frac{pa^4}{D_{11}} \quad (2)$$

Burada  $W$  boyutsuz yer değiştirmeyi,  $\ddot{W}$  boyutsuz çökmenin zamana göre ikinci türevini ve  $a$  ise plağın boyutunu göstermektedir. Denklem (2) nin DKY benzeşim denklemi,

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^{N_x-1} \tilde{A}_{ik}^{(4)} W_{kj} + 4\lambda \frac{D_{16}}{D_{11}} \sum_{k=2}^{N_x-1} \tilde{A}_{ik}^{(3)} \sum_{l=2}^{N_y-1} \tilde{B}_{jl}^{(1)} W_{kl} + \lambda^2 \frac{2D_{12} + 4D_{66}}{D_{11}} \sum_{k=2}^{N_x-1} \tilde{A}_{ik}^{(2)} \sum_{l=2}^{N_y-1} \tilde{B}_{jl}^{(2)} W_{kl} + \\ 4\lambda^3 \frac{D_{26}}{D_{11}} \sum_{k=2}^{N_x-1} \tilde{A}_{ik}^{(1)} \sum_{l=2}^{N_y-1} \tilde{B}_{jl}^{(3)} W_{kl} + \lambda^4 \frac{D_{22}}{D_{11}} \sum_{l=2}^{N_y-1} \tilde{B}_{jl}^{(4)} + \frac{a^4}{D_{11}} \bar{m} \ddot{W}_{ij} = \frac{pa^4}{D_{11}} \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde elde edilir. Denklem (3) te  $i = 2, 3, \dots, (N_x-1)$  and  $j = 2, 3, \dots, (N_y-1)$  dir. Dört kenarı basit mesnetli plak için sınır koşulları aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$W(X, 0) = W(X, 1) = W(0, Y) = W(1, Y) = 0 \quad (4a)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}(0, Y) = \frac{\partial^2 W}{\partial X^2}(1, Y) = \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}(X, 0) = \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}(X, 1) = 0 \quad (4b)$$

Denklem (3) ten anlaşılabilceği gibi plağın sınır ( $X=0$ ,  $X=1$ ,  $Y=0$  ve  $Y=1$  boyunca) düğüm noktaları ihmal edilmiştir. Sınır koşulları (Denklem (4)), ağırlık katsayı matrisleri modifiye edilerek yönetici denkleme katılmaktadır [8]. Statik analizde, plak yüzeyine düzgün yayılı basınç etkidiği kabul edilerek plak orta noktasının çökmesi hesaplanmıştır. Bu amaçla, Denklem (3) atalet etkileri ihmal edilerek yeniden düzenlenmiş ve elde edilen lineer denklem takımı bir Fortran kodu yazılarak çözülmüştür. Modal analiz, plak titreşiminin harmonik ve periyodik olduğu kabul edilerek gerçekleştirilmiştir. Dış yükün sıfır ve plak hareketinin harmonik olduğu kabulüyle Denklem (2),

$$\frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + 4\lambda^4 \frac{D_{16}}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial X^3 \partial Y} + \lambda^2 \frac{(2D_{12} + 4D_{66})}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial X^2 \partial Y^2} + 4\lambda^3 \frac{D_{26}}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial X \partial Y^3} + \lambda^4 \frac{D_{22}}{D_{11}} \frac{\partial^4 W}{\partial Y^4} - \Omega^2 W = 0 \quad (5)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Denklem (5) te;  $W=W(X, Y)$ , boyutsuz frekans  $\Omega$  'ya karşılık gelen boyutsuz mod fonksiyonunu;  $X=x/a$ ,  $Y=y/b$ , boyutsuz koordinatları;  $\lambda = a/b$ , plak açıklık oranını (bu çalışmada kare plaklar ele alındığı için birdir);  $D_{ij}$ , kompozit plakların eğilme katılığını;  $a$  ve  $b$ ,  $x$  ve  $y$  eksenlerine paralel olan plak kenarlarının uzunluklarını ifade etmektedir. Ayrıca,  $\omega$

boyutlu dairesel frakans ve  $h$  plak kalınlığı olmak üzere  $\Omega^2 = \omega^2 a^4 (\rho h / D_{11})$  şeklindedir. Basit mesnetli plakların serbest titreşim frekansları Denklem (5) in çözümü ile elde edilmiştir. Denklem (5) in DKY benzeşim denklemi, Denklem (2) için yazılan Denklem (4) gibi yazılabilir. Serbest titreşim problemini ifade eden Denklem (5) in DKY benzeşim denkleminin çözümü, boyutu  $(N_x - 2)^2 \times (N_y - 2)^2$  olan bir özdeğer probleminin çözümünü gerektirmektedir. Bu çözümü elde etmek için bir Fortran programı yazılmıştır.

Anlık basınç yükü analizinde anlık basıncın zamanla değişimine bir yaklaşım olarak Friedlander sönüm fonksiyonu,

$$p(x, y, t) = p_m (1 - t/t_p) e^{-\alpha t/t_p} \quad (6)$$

alınmıştır. Burada  $p_m$  tepe basıncını,  $t_p$  pozitif etki süresini ve  $\alpha$  ise dalga formu parametresini temsil etmektedir. Analizde, bu parametrelerin değerleri literatürden alınarak kullanılmıştır [1]. Denklem (3) ün çözümü için Newmark zaman integrasyonu yöntemi kullanılmıştır. Böylece her bir zaman adımı için  $(N_x - 2) \times (N_y - 2)$  tane denklem çözülmüştür. Plak düğüm noktalarının çökmeleri hesaplandıktan sonra her bir düğüm noktası için her bir zaman aralığında birim uzamalar elde edilebilmektedir. Bu problemin çözümü için bir Fortran programı yazılmıştır.

Teorik analizler için plağın yer değiştirmesi serilerle ifade edilmiştir. Hamilton prensibi kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. Söz konusu hareket denklemleri serinin ilk 9 terimi dikkate alınarak ve Galerkin yöntemi kullanılarak zamana bağlı lineer denklem takımı haline getirilmiş ve Newmark yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

### 3.SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada iki izotropik ve üç tane de katmanlı kompozit plak ele alınmıştır. İzotropik ve katmanlı kompozit malzemelerin özellikleri sırasıyla Tablo 1 ve 2 de verilmiştir. Katmanlı plaklardan (M3) ve (M4), yedi katmanlı olup, her bir katmanın yönelim açısı  $0^\circ$  dir. Üçüncü katmanlı plak (M5) de yedi katmanlı olup katman dizilimi  $[0/90/0/90/0/90/0]$  şeklindedir.

Tablo 1. İzotropik malzemelerin özellikleri

Malzeme	E (GPa)	$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Alüminyum (M1)	70	0.3	2700
Çelik(M2)	207	0.3	7770

Tablo 2. Kompozit malzemelerin özellikleri

Malzeme	Çift Yönlü (M3)	Tek Yönlü (M4,M5)
$E_1$ (GPa)	24.14	40
$E_2$ (GPa)	24.14	10
$G_{12}$ (GPa)	3.79	4.5
$\nu_{12}$	0.11	0.27
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1800	2000

İzotropik, çift yönlü ve tek yönlü kompozit plakların serbest titreşim frekansları, statik ve dinamik cevapları DKY ile elde edilmiştir. İzotropik ve kompozit plakların temel boyutsuz frekansları basit mesnetli durumlar için sırasıyla Tablo 3 te verilmiştir. Plak açıklık oranı her durumda 1 alınmıştır. Tablo 4 te izotropik plağın ilk on mod için boyutsuz serbest titreşim frekansları verilmiştir. Verilen sonuçlardan anlaşılabilmektedir ki izotropik plak için serbest titreşim frekansları yeter doğrulukta elde edilmiştir. Ancak katmanlı kompozitler için verilen DKY ve ANSYS sonuçları arasında küçük farklılıklar gözlenmektedir. Bu farklılıkların, ANSYS yazılımında kullanılan malzeme modeliyle ilişkili olduğu tahmin edilmektedir. ANSYS de kullanılan malzeme modeli, plağa dik yönde malzeme özelliklerinin girilmesini gerektirmektedir. Bu malzeme özellikleri, dik yönde matris'in baskın olduğu kabul edilerek seçilmiş ve  $E_3=3$  GPa,  $G_{13}=G_{23}=1$  GPa,  $\nu_{13}=\nu_{23}=0.4$  olarak alınmıştır. Bununla birlikte DKY de 2B (İki boyutlu) ortotropik malzeme özellikleri kullanıldığı için plağa dik yöndeki malzeme özellikleri DKY analizinde kullanılmamıştır. Tablo 5 de izotropik ve kompozit plakların boyutsuz merkez çökmeleri verilmiştir. Titreşim analizinde olduğu gibi, izotropik plaklar için hesaplanan çökmeler ile literatürde bulunan sonuçlar arasında iyi bir uyum gözlenmektedir. Ancak katmanlı kompozit plakların DKY ve ANSYS sonuçları arasında küçük farklılıklar göze çarpmaktadır. Bu farklılığın sebebi, daha önce ifade edildiği gibi, DKY ve ANSYS de kullanılan farklı malzeme modelleri olabilir. Elde edilen sonuçlardan, DKY analizinde, katmanlı kompozit plakların katılığı, ANSYS analizine göre daha yüksek çıktığı yorumu yapılabilir. DKY analizi için plak kenarlarında 15 düğüm noktası kullanılmıştır ( $N_x=N_y=15$ ). ANSYS analizinde, izotropik plaklar  $14 \times 14=196$  tane kabuk eleman (Shell63) kullanılarak, katmanlı kompozit plaklar ise  $14 \times 14=196$  tane katmanlı kabuk eleman (Shell99) kullanılarak modellenmiştir.

Tablo 3. Kare plakların boyutsuz temel frekansları

	Analitik (13)	DKY [8]	DKY	ANSYS
M1,M2	19.739	19.738	19.739	19.709
M3	---	---	18.935	16.519
M4	---	---	15.301	13.228
M5	---	---	18.231	14.827

Burada ele alınan simetrik, özel olarak ortotropik katmanlı kompozit plaklar için boyutlu dairesel frekanslar,  $\omega = \Omega \left( \sqrt{D_{11}/\rho h} \right) / a^2$  denklemi ile elde edilebilir, (izotropik malzemeler için  $D_{11}$  yerine  $D$  kullanılır).

Tablo 4. İzotropik kare plağın ilk on mod için boyutsuz frekansları

Mod	DKY	ANSYS
1	19.739	19.709
2	49.348	49.216
3	49.348	49.216
4	78.957	78.499
5	98.696	98.339
6	98.696	98.339
7	128.305	127.268
8	128.305	127.268
9	167.784	167.036
10	167.784	167.036

DKY ile elde edilmiş izotropik basit mesnetli plakların serbest titreşim frekansları, ilk on mod için de ANSYS sonuçları ile uyum içerisinde.

Tablo 5. Kare plakların boyutsuz orta nokta çökmeleri

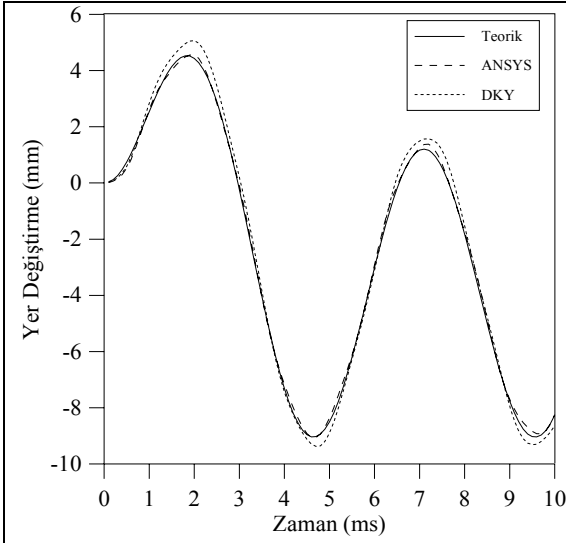
	Analitik (14)	DKY [9]	DKY	ANSYS
M1,M2	0.00406	0.00400	0.00406	0.00405
M3	---	---	0.00442	0.00582
M4	---	---	0.00671	0.00901
M5	---	---	0.00474	0.00722

Burada ele alınan simetrik, özel olarak ortotropik katmanlı plaklar için, boyutlu çökmeler,  $w = W pa^4 / D_{11}$ , denklemi ile hesaplanabilir, (izotropik malzemeler için  $D_{11}$  yerine  $D$  kullanılır). Basit mesnetli katmanlı kompozit plakların merkez çökmesi Navier çözümü ile de hesaplanmıştır. Seri çözümlerinde 9 terim alınarak elde edilen sonuçlar Tablo 6 da verilmiştir. Navier çözümlerinde, DKY de olduğu gibi 2B ortotropik malzeme özellikleri kullanılmıştır. Elde edilen sonuçların, DKY ile hesaplanan değerlerle uyum içinde olduğu görülmektedir.

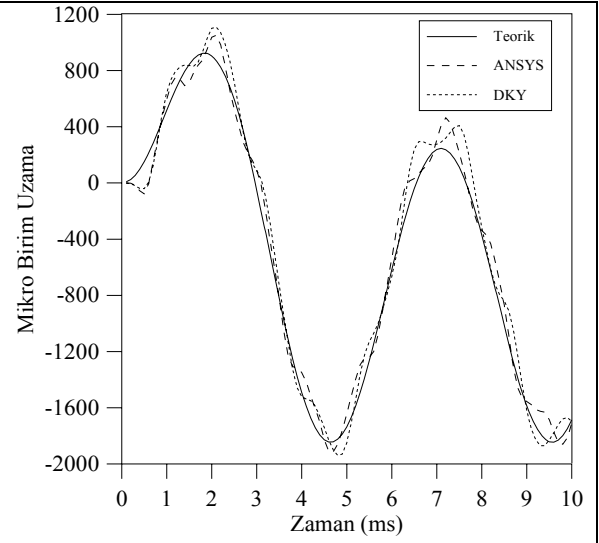
Tablo 6. Katmanlı kompozit kare plakların boyutsuz orta nokta çökmeleri

	DKY	NAVIER	ANSYS
M3	0.00442	0.00440	0.00582
M4	0.00671	0.00684	0.00901
M5	0.00474	0.00509	0.00722

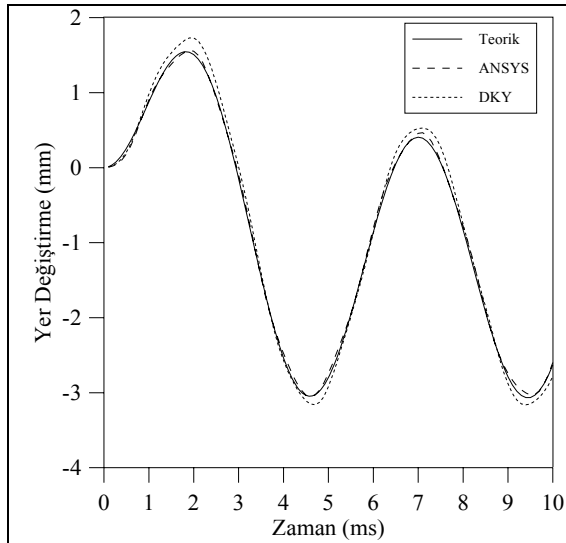
Anlık basınç yükü etkisi altındaki basit mesnetli izotropik ve katmanlı kompozit plakların orta noktalarının yer değiştirme–zaman ve birim uzama–zaman grafikleri DKY ve ANSYS kullanılarak ve teorik olarak elde edildi. Bu analizlerde anlık basınç yükü parametrelerinin değerleri  $p_m = 28906 \text{ N/m}^2$ ,  $\alpha = 0.35$  ve  $t_p = 0.0018 \text{ s}$  olarak alındı [1]. Şekil 1 ve 2 de alüminyum plağın orta noktasının sırasıyla yer değiştirme–zaman ve birim uzama-zaman grafikleri verilmiştir. DKY sonuçlarının, ANSYS sonuçlarıyla ve teorik çözümle uyum içinde olduğu görülmektedir.



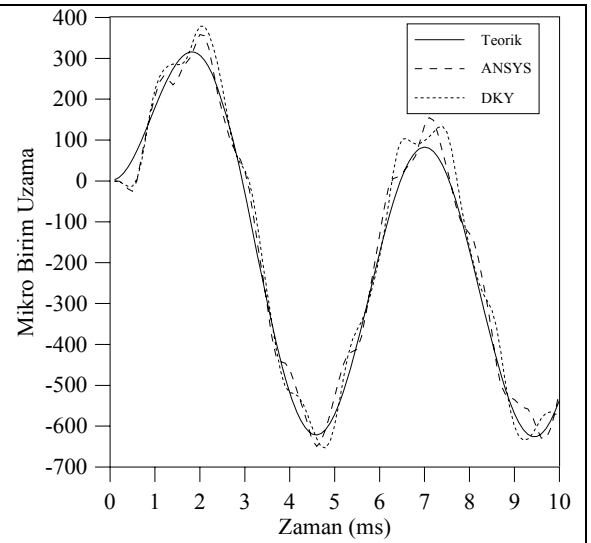
Şekil 1. Anlık basınç yüküne maruz alüminyum plağın orta noktasının yer değiştirme-zaman grafiği (M1).



Şekil 2. Anlık basınç yüküne maruz alüminyum plağın orta noktasının birim uzama-zaman grafiği (M1).



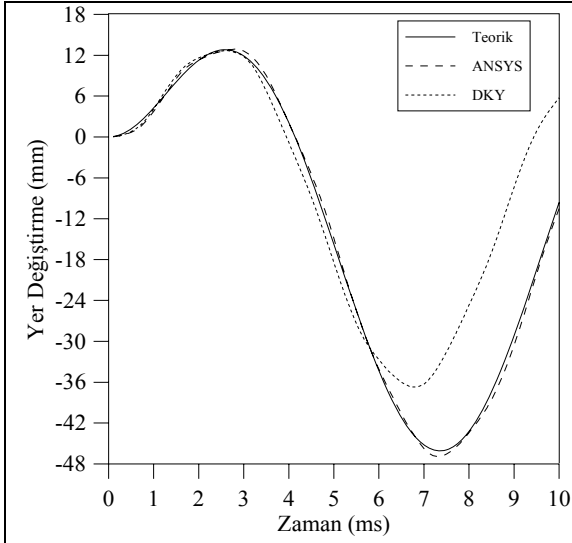
Şekil 3. Anlık basınç yüküne maruz çelik plağın orta noktasının yer değiştirme-zaman grafiği (M2).



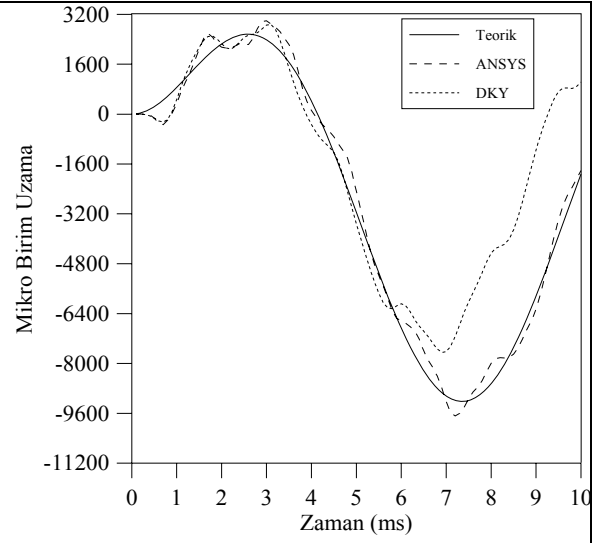
Şekil 4. Anlık basınç yüküne maruz çelik plağın orta noktasının birim uzama-zaman grafiği (M2).

Çelik plak (M2) için yer değiştirme ve birim uzama-zaman grafiği Şekil 3 ve 4 te verilmiştir. Elde edilen sayısal sonuçların teorik sonuçlarla uyum içinde olduğu görülmüştür.

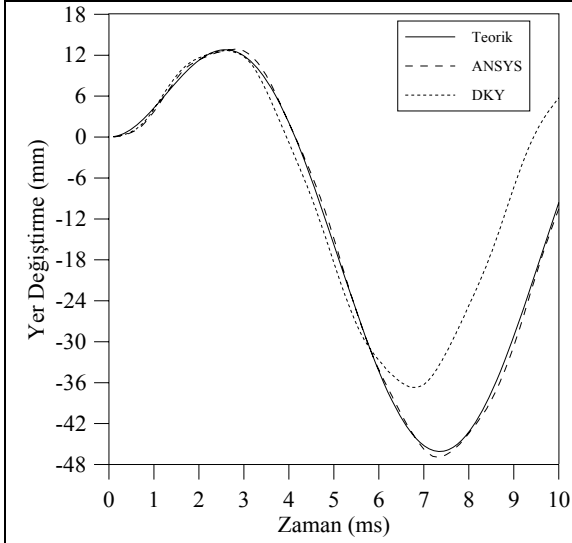
Şekil 5 ve 6 da çift yönlü katmanlı kompozit plağın sırasıyla yer değiştirme-zaman ve birim uzama-zaman grafikleri verilmiştir. Teorik sonuçlar ile ANSYS sonuçları uyum içinde olmakla beraber, DKY ile elde edilen sonuçlar biraz farklılık göstermektedir.



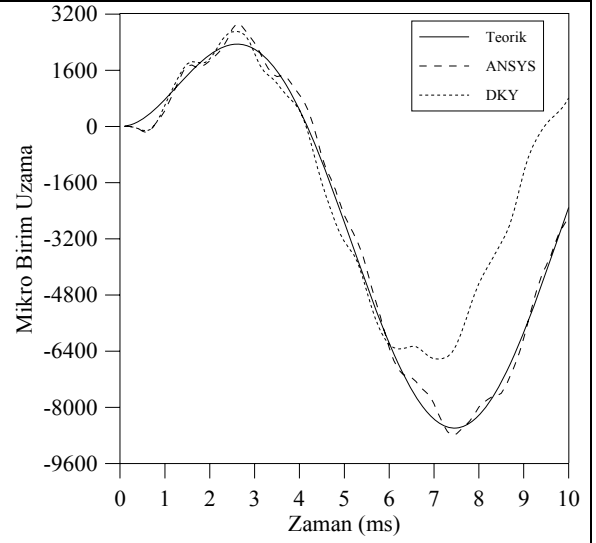
Şekil 5. Anlık basınç yüküne maruz çift yönlü katmanlı kompozit plağın orta noktasının yer değiştirme-zaman grafiği (M3).



Şekil 6. Anlık basınç yüküne maruz çift yönlü katmanlı kompozit plağın orta noktasının birim uzama-zaman grafiği (M3).



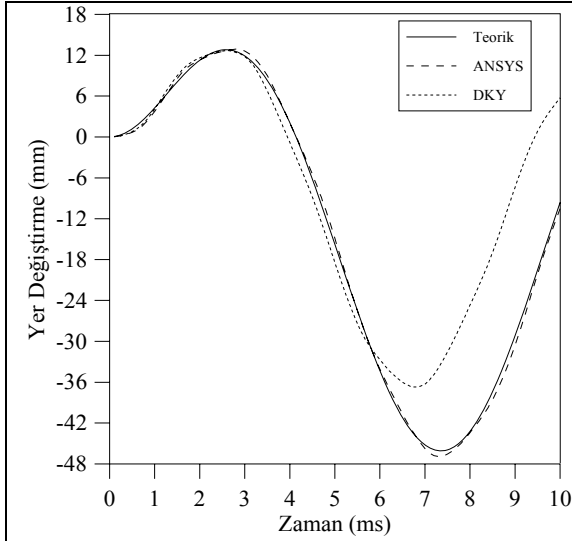
Şekil 7. Anlık basınç yüküne maruz tek yönlü katmanlı kompozit plağın orta noktasının yer değiştirme-zaman grafiği (M4).



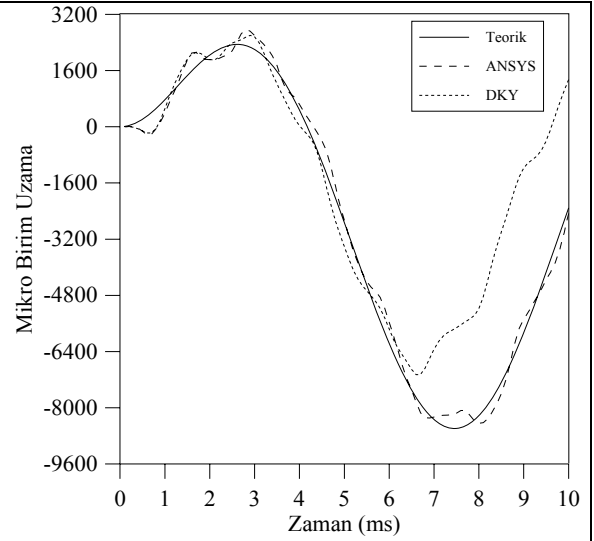
Şekil 8. Anlık basınç yüküne maruz tek yönlü katmanlı kompozit plağın orta noktasının birim uzama-zaman grafiği (M4).

Şekil 7 ve 8 de tek yönlü katmanlı kompozit plağın (M4) sırasıyla yer değiştirme-zaman ve birim uzama-zaman grafikleri verilmiştir. Yine, DKY ile elde edilen sonuçlar, ANSYS sonuçları ve teorik sonuçlardan biraz farklılık göstermektedir.





Şekil 9. Anlık basınç yüküne maruz tek yönlü katmanlı kompozit plağın orta noktasının yer değiştirme-zaman grafiği (M5).



Şekil 10. Anlık basınç yüküne maruz tek yönlü katmanlı kompozit plağın orta noktasının birim uzama-zaman grafiği (M5).

Şekil 9 ve 10 da tek yönlü katmanlı kompozit plağın (M5) sırasıyla yer değiştirme-zaman ve birim uzama-zaman grafikleri verilmiştir. Yine, DKY ile elde edilen sonuçlar, ANSYS sonuçları ve teorik sonuçlardan biraz farklılık göstermektedir.

Elde edilen sonuçlara dayanılarak söylenebilir ki, izotropik ve kompozit plakların zamana bağlı geçişli davranışını elde etmek için DKY kullanılabilir. DKY çözümleri için yazılan bilgisayar programlarının işlem süresi, sonlu elemanlar çözümüne göre daha az olduğu gözlemlenmiştir. DKY çözümleri sonlu elemanlara göre 20 kat daha kısa bir zamanda gerçekleştirilebilmektedir. Dolayısıyla, daha uzun zaman için yapılacak analizlerde, DKY kullanılması daha avantajlı olabilir.

Çift yönlü katmanlı kompozit plağın, anlık basınç yüküne karşı, tek yönlü katmanlı plağa göre daha zayıf olduğu görülmüştür (Şekiller 5-10). Bununla beraber, katman diziliminin plak davranışı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu anlaşılmaktadır. Anlık basınç yüküne karşı,  $[0/90/0/90/0/90/0]$  katman diziliminin  $[0]_7$  dizilimine nazaran daha dayanıklı olduğu görülmüştür.

#### 4.YORUM

DKY ile elde edilen basit mesnetli, izotropik plakların serbest titreşim frekanslarının, analitik çözümle ve literatürde bulunan diğer DKY sonuçlarıyla uyum içinde olduğu görülmektedir. Aynı zamanda DKY sonuçlarının ANSYS sonuçları ile de uyum sağladığı görülmüştür. Bununla beraber, DKY ile hesaplanan izotropik plakların statik çökmeleri, yine, analitik çözümle, literatürde bulunan DKY sonuçlarıyla ve ANSYS verileriyle uyum sağlamaktadır. Dolayısıyla,

yazılan Fortran kodlarının hem statik hem de dinamik durumlar için doğru sonuçlar verdiği görülmüş ve aynı zamanda kullanılan sonlu elemanlar modeli de doğrulanmıştır.

Katmanlı kompozit plaklar için yapılan DKY analizinde serbest titreşim frekansları, ANSYS sonuçlarına göre daha yüksek hesaplanmıştır. Buna karşın, statik çökmeler ANSYS sonuçlarına göre daha düşük elde edilmiştir. Sonuçlar arasındaki bu uyumsuzluk, ANSYS de kullanılan malzeme modeliyle ilişkilendirilebilir. Çünkü DKY analizinde, iki boyutlu ortotropik malzeme modeli kullanılırken, ANSYS de üç boyutlu ortotropik malzeme modeli kullanılmıştır. Basit mesnetli katmanlı kompozit plakların merkez çökmeleri aynı zamanda Navier seri çözümüyle (9 terim alınarak) hesaplanmış ve sonuçların DKY sonuçlarıyla uyum içinde olduğu görülmüştür.

Basit mesnetli plakların anlık basınç yüküne cevabı DKY ile elde edilmiştir. İzotropik plaklar için DKY ile elde edilen yer değiştirme ve birim uzama değerleri teorik sonuçlar ve ANSYS sonuçları ile uyumludur. DKY ile elde edilen kompozit plakların anlık basınç yükü etkisi altındaki yer değiştirme ve birim uzama değerleri teorik olarak ve ANSYS ile elde edilenlere göre biraz daha düşüktür.

Sonuç olarak, DKY analizlerinin, plak analizlerinde lineer olmayan terimleri de içerecek şekilde geliştirilebileceği öngörülebilir. Gelecekteki çalışmaların bu yönde olması planlanmaktadır.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışma TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından 106M194 nolu proje ile desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] Turkmen, H.S. and Mecitoğlu, Z., “Nonlinear Structural Response of Laminated Composite Plates Subjected to Blast Loading,” AIAA Journal, Vol. 37, N. 12, pp. 1639-1647, 1999.
- [2] Bellman, R.E. and Casti, J., “Differential Quadrature and Long Term Integration,” Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 34, pp. 235-238, 1971.
- [3] Bellman, R., Kashef, B.G. and Casti, J., “Differential Quadrature: A Technique for the Rapid Solution of Nonlinear Partial Differential Equations,” J. Comput. Phys. Vol. 10, pp. 40-52, 1972.
- [4] Civan, F. and Sliepcevich, C.M., “Application of Differential Quadrature to Transport Process,” Journal of Math. Anal. Appl., Vol. 93, pp. 206-221, 1983.
- [5] Civan, F. and Sliepcevich, C.M., “Differential Quadrature for Multidimensional Problems,” Journal of Math. Anal. Appl., Vol. 101, pp. 423-443, 1984.
- [6] Mingle, J.O., The Method of Differential Quadrature for Transient Nonlinear Diffusion,” Journal of Math. Anal. Appl., Vol. 60, pp. 559-569, 1984.
- [7] Bert, C.W., Jang, S.K., and Striz, A.G., “Two New Approximate Methods for Analyzing Free Vibration of Structural Components,” AIAA Journal, Vol. 26, pp. 612-618, 1988.

- [8] Malik, M. and Bert, C.W., "Implementing Multiple Boundary Conditions in the DQ Solution of Higher-Order PDE's: Application to Free Vibration of Plates," *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, pp. 1237-1258, 1996.
- [9] Jang, S.K., Bert, C.W., and Striz, A.G., "Application of the Differential Quadrature to Static Analysis of Structural Components," *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 28, pp. 561-577, 1988.
- [10] Bert, C.W. and Malik, M., "Differential Quadrature Method in Computational Mechanics: A Review," *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 49, pp. 1-28, 1996.
- [11] Du, H., Lim, M.K., and Lin, N.R., "Application of Generalized Differential Quadrature Method to Structural Problems," *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 37 pp. 1881-1896, 1994.
- [12] Wang, X, Bert, C.W., and Striz, A.G., "Differential Quadrature Analysis of Deflection, Buckling, and Free Vibration of Beams and Rectangular Plates," *Computers and Structures* Vol. 48(3), pp. 473-479, 1993.
- [13] Leissa, A.W., "The Free Vibration of Rectangular Plates," *J. Sound Vib.*, Vol. 108, pp. 257-293, 1973.
- [14] Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells," 2<sup>nd</sup> ed., McGraw-Hill, Singapore, 1959.

